# Instabilità euleriana

In generale il carico critico euleriano è dato da:

$$P_c = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2}$$

Con la lunghezza libera di inflessione pari al prodotto tra la lunghezza $l$ della trave e un coefficiente $\beta$. Ecco alcuni valori di $\beta$:

$\beta = 1,0$ $\beta = 2,0$ $\beta = 0,699$

$\beta = 0,5$ $\beta = 1,0$ $\beta = 2,0$

Esempi:

- IPE 300 incastrata alla base e libera in sommità ($\beta = 2$):

  $A = 53,8\ cm^2$ $J_x = 8356\ cm^4$ $J_y = 604\ cm^4 = J_{min}$

  $l = 5,25\ m$

  $$\Rightarrow P_{c_1} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000\ N/mm^2 \cdot 6040000\ mm^4}{(2 \cdot 5250)^2\ mm^2} = 113,5\ KN$$

- IPE 300 incastrata alla base e incernierata in sommità ($\beta = 0,699$):

  $$P_{c_2} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2\ 210000 \cdot 6040000}{(0,699 \cdot 5250)^2} = 930,0\ KN$$

- HEA 200 incastrata alla base e libera in sommità ($\beta = 2$):

  $A = 53,8\ cm^2$ $J_x = 3692\ cm^4$ $J_y = 1336\ cm^4 = J_{min}$

  $l = 5,25\ m$

  $$\Rightarrow P_{c_3} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 13360000}{(2 \cdot 5250)^2} = 251\ KN$$

- HEA 200 incastrata alla base e incernierata in sommità ($\beta = 0,699$):

  $$P_{c_4} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2\ 210000 \cdot 13360000}{(0,699 \cdot 5250)^2} = 2056\ KN$$

Altre caratteristiche:

tensione normale

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_0^2\ A} = \frac{\pi^2 E \rho_{min}^2}{l_0^2}$$

raggio d'inerzia

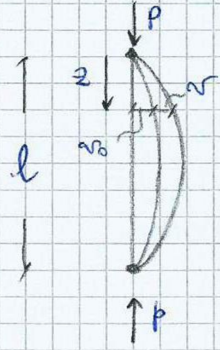
$$\rho_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$$

snellezza

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho_{min}}$$

# Elementi industriali caricati di punta

Consideriamo momento e tensione in mezzeria, dove sono massimi:




$$M = Pa\left(1+\frac{P}{P_E-P}\right) = M_0\left(\frac{1}{1-\frac{P}{P_E}}\right)$$

Con a della **deformata** iniziale di tipo sinusoidale, $v_0 = a\,\text{sen}\left(\frac{\pi z}{l}\right)$.

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} + \frac{M_0}{W\left(1-\frac{P}{P_E}\right)} = f_y = \sigma_c\left[1+\frac{a}{\frac{W}{A}\,1-\frac{\sigma_c}{\sigma_E}}\right]$$

Definiamo inoltre:

curvatura $\chi = \frac{\sigma_c}{f_y}$ $\qquad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{yc}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_c}}$

$\bar{\lambda}$ è il rapporto tra la snellezza della trave e la snellezza $\lambda_{yc}$ caratteristica dello stato in cui $\sigma_c = f_y$ (tensione critica uguale a tensione di snervamento).

Per semplicità si introducono cinque classi di sezioni: $a_0$, a, b, c e d. Si tracciano diagrammi che legano la curvatura $\chi$ alla snellezza segnata $\bar{\lambda}$: $\chi = \chi(\bar{\lambda})$.
Conoscendo le caratteristiche geometriche della sezione e il tipo di acciaio che la costituisce si ottiene la classe. Si scopre così la curva da osservare, nota $\bar{\lambda}$, per ottenere $\chi$.

Analiticamente si associa a ciascuna classe un fattore di imperfezione $\alpha$. Non si usano dunque i grafici, ma, nota la classe, si usa il valore di $\alpha$ nella formula:

$$\phi = 0,5\left[1+\alpha(\bar{\lambda}-0,2)+\bar{\lambda}^2\right]$$

E si ottiene la curvatura come segue:

$$\chi = \frac{1}{\phi+\sqrt{\phi^2-\bar{\lambda}^2}}$$

# Il metodo $\omega$

Il metodo $\omega$ consente di inglobare la verifica di instabilità nel metodo delle tensioni ammissibili:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{amm} = \frac{f_y}{\gamma}$$ , $\gamma$ coefficiente di sicurezza.

Se si considera l'instabilità:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \frac{f_y \chi}{\gamma} = \sigma_{amm} \cdot \chi$$

Con $\chi = \frac{\sigma_u}{f_y} \leq 1$ fattore di riduzione della tensione di snervamento. Si pone:

$$\omega = \frac{1}{\chi} \geq 1$$

$\omega$ è il "coefficiente $\omega$". La verifica di resistenza diviene:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \frac{\sigma_{amm}}{\omega} \Leftrightarrow \sigma_{amm} \geq \frac{\omega N}{A}$$

Esempio con profilato HEB 200:

$N = 1800$ kN $\qquad \sigma_{amm} = 240$ N/mm² $\qquad A = 131$ cm²

$\chi = 0{,}5812$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{N}{A} = 137{,}4 \text{ N/mm}^2 < \frac{\sigma_{amm}}{\omega} = \sigma_{amm} \chi = 139{,}5 \text{ N/mm}^2$$

Abbiamo ridotto $\sigma_{amm}$. Se invece vogliamo possiamo aumentare in modo fittizio il carico:

$$\frac{\omega N}{A} = \frac{N}{\chi A} = 236{,}4 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{amm} = 240 \text{ N/mm}^2$$

I due modi sono del tutto equivalenti.